**Pontifícia Universidade Católica do Paraná**

**Escola Politécnica / Bacharelado em Ciência da Computação**

**Disciplina de Complexidade de Algoritmos** / Prof. Edson Emilio Scalabrin

**Prova: 15/04/2021**

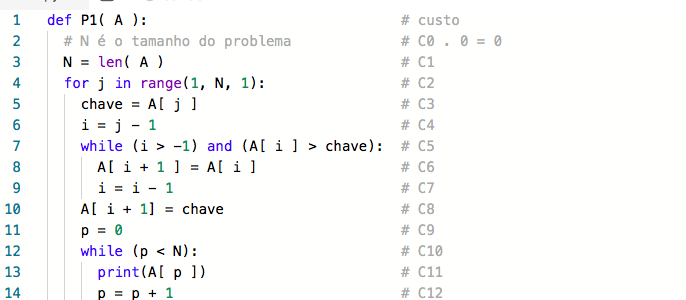
**Estudante: Gustavo Hammerschmidt.**

**Regras:** cada aluno deve realizar o seu teste de forma individual e entrega-lo até 21h00. A pontuação de cada questão está indicada na própria questão. Esse teste vale 10 pontos. Peso indicado no plano de ensino (50% do RA1 ou 15% da nota geral da disciplina).

A prova pode ser revolvida a mão em folha de papel, fotografada e as fotos inseridas em um arquivo. Esse arquivo salvo em PDF e postado no ***Blackboard***. Outra forma, resolver a prova usando um editor de texto e postar o PDF correspondente no ***Blackboard***.

**QUESTÃO 01 (2p).**

Dado o programa **P1** calcule a sua complexidade. Deve-se mostrar de forma detalhada o passo-a-passo para encontrar f(n), assim como para verificar a propriedade f(n)=O(g(n)). Todas as linhas de P1 (da 2 até a 14) devem ser incluídas na contagem dos comandos.



**C1 <= 1; C2 <= N-1; C3 <= C2 \* 1; C4 <= C2 \* 1; C5 <= C2 \* N (pior caso);**

**C6 <= C2 \* N (pior caso); C7 <= C2 \* N (pior caso);**

**C8 <= C2 \* 1; C9 <= C2 \* 1; C10 <= C2 \* N; C11 <= C2 \* N; C12 <= C2 \* N;**

**f(n) = C1 + C2 + C3 + C4 + C5 + C6 + C7 + C8 + C9 + C10 + C11 + C12**

**f(n) = 1 + 5\*(N-1) + 6 \* (N-1) \* N = 1 + 5N – 5 + 6N² - 6N = -4 - N + 6N²**

**f(n) = 6n² - n - 4**

**Para que a equação f(n) = O(g(n)) seja verdadeira, g(n) deve ser g(n) = n² e a constante deve ser maior que 6 para n tendendo ao infinito.**

**A complexidade de P1 é (f(n) = 6n² - n – 4 ) = O( n² .)**

**Verificando a propriedade f(n) = O(g(n)):**

**6n² - n – 4 = O (n²), se g(n) = n²**

**6n²/(n²) - n/(n²) – 4/(n²) = c \* (n²)/(n²)**

**Para n = oo, tem-se que c >= 6.**

**QUESTÃO 02 (2p).**

Dadas as expressões a seguir:

2/7 \* (n ^ 7) – 5 \* (n ^ 6) = O (n ^ 7)

2/7 \* (n ^ 7) / (n ^ 7) – 5 \* (n ^ 6) / (n ^ 7) = c \* (n ^ 7) / (n ^ 7)

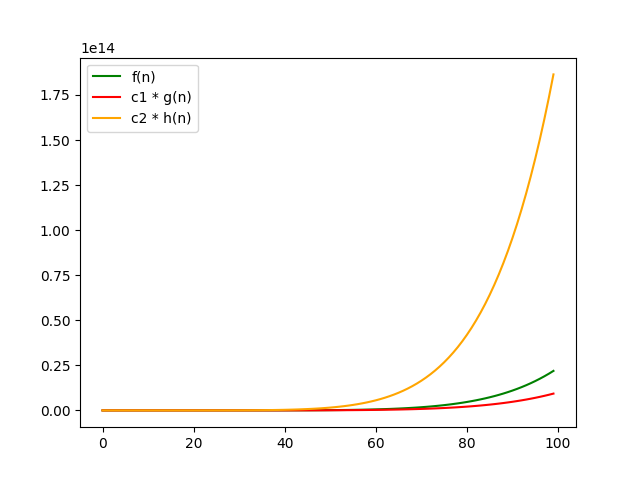
2/7 – 5 /n = c

Para todos os casos em que c maior que -4.7 [n=1], a performance de O(n^7) será pior que a de f(n), pois c não varia em n e, para n tendendo ao infinito, há um coeficiente c capaz de dar uma performance a O(n^7) pior à da função f.

Se k for maior ou igual a g, para valores de n tendendo ao infinito, haverá um coeficiente ag. Se a constante c for maior que ag, então existirá um ponto em que a performance de O(n^k) será pior à de f(n).

Neste item pede-se que seja desenhado o gráfico referente aos limites de .

Há duas constantes c1 e c2 tais que c1 < c < c2.



Note que as constantes c1 e c2 respeitam a igualdade no gráfico, portanto, a equação é verdadeira. No gráfico, c1 = 0.1 e c2 = 2.

**QUESTÃO 03 (1p).**

Encontre a fórmula fechada para o seguinte somatório. Mostre o passo-a-passo de como se chegou na fórmula.

=> Inferindo por conta da soma telescópica =>

Portanto, se o numerador é 1 e obtivemos 3, multiplicamos o denominador por 3, chegando-se a seguinte soma fechada:

Se estendermos o somatório, teremos que a segunda fração cancela-se com a primeira da próxima iteração. Ou seja, temos que s é igual a:

**QUESTÃO 04 (2p).** A forma mais simples e mais comum de indução matemática permite provar que um enunciado *p* vale para todos os números naturais *n* e consiste de dois passos: **base** e **indutivo**. No **passo base** busca-se mostrar que o enunciado *p* vale para *n* = 1 e no **passo indutivo** busca-se mostrar que, se o enunciado *p* vale para *n* = *k*, então o mesmo enunciado vale para *n* = *k* + 1. Mostrar que as 2 fórmulas a seguir são validas para todos os números naturais.

Passo base:

Passo indutivo:

Quando n = k, 1 + 2 + 3 + … + k = k \* (k+1) / 2

Quando n = k + 1, 1 + 2 + 3 + ... + k + (k+1) = (k+1) \* (k+2) / 2

Portanto, se, para n = k, temos k \* (k+1) / 2, para n = k+1, devemos mostrar que k \* (k+1) / 2 + k+1 é igual a fórmula fechada.

Passo base:

**Passo Indutivo:**

**QUESTÃO 05 (3p).**

Dados os somatórios (a), (b) e (c) a seguir, encontre a fórmula fechada para cada um deles, aplicando a propriedade **telescópica.**  Deve-se mostrar claramente os passos realizados.

Para esse item (c), transforme o somando para permitir aplicar a soma **telescópica.** Não é necessário encontrar a fórmula fechada final. Deve-se mostrar claramente os passos realizados.